

Maestros

“Multiplicar es divino”: qué es y cómo se usa

El sitio de Internet “Multiplicar es divino” procura proporcionar a los chicos situaciones que son de juego y de diversión, sin que por eso pierdan sus metas más estrictamente pedagógicas. Los niños que se embarcan en este sitio avanzan de manera permanente en el aprendizaje y aunque lo hagan siempre bajo la supervisión de sus maestros o de sus padres, actúan en un clima de enorme libertad. Cuando ellos interactúan con el programa, lo mismo que con sus docentes y compañeros, lo hacen con un interés que muy difícilmente se encuentre en las clases comunes. Todo lo que hacemos con la computadora se puede realizar igualmente con medios corrientes, aunque falte el atractivo propio del recurso informático.

Procuramos convertir el aprendizaje en un juego sin que deje de ser aprendizaje, ganando no solamente la atracción de las criaturas sino también guiándolas para que se desarrollen siguiendo progresos absolutamente pausados, superando pasos mínimos de los cuales solamente toman plena conciencia cuando los logros finales han sido alcanzados. Todo ha sido diseñado para que los niños no vivan la desagradable situación de no entender. Una parte enorme del placer que “Multiplicar es divino” despierta tiene que ver con algo que es intrínseco a la condición infantil: el deseo de crecer y tener éxitos permanentes, que no se agota si la mano adulta no le pone freno.

Este programa tiene el objetivo de servir de referencia para una gran reforma del trabajo escolar, que seguramente habrá de generarse progresivamente, hasta el punto de producir una transformación profunda de la escuela.

Este trabajo tiene fundamentos teóricos, basados en las experiencias de Jean Piaget (1896-1980). Sus experimentos y explicaciones aparecen en las tareas propuestas y las marcan totalmente, siendo esto una razón fundamental de los resultados que se consiguen. Algunos errores típicos y aparentemente inexplicables que aparecen en la enseñanza común, como confundir multiplicación y suma, se comprenden con la ayuda de las investigaciones piagetianas y se superan con técnicas de trabajo apropiadas. Todo esto se funda, además, en una amplia experiencia de aula.

Hay muchas maneras de usar este material, que dependen de varias cosas, como las posibilidades de disponer de computadoras, por ejemplo. Pero la falta o insuficiencia de máquinas en las escuelas no son obstáculos. Lo mismo se puede hacer con materiales comunes, como pizarrones, tizas, fichas o cuadernos. Por cierto que es interesante ingresar a “Multiplicar es divino”, pero no hay ningún impedimento para lograr los mismos resultados con elementos comunes. En el primero de los videojuegos (el de las

“caritas dormidas”) es divertido mover las figuras en la pantalla de la computadora, pero también es posible trabajar con fichas de diferentes colores (como lo hizo Piaget), piedras de distintos tamaños o monedas, grandes y pequeñas. Como el uso de este material de Internet es libre y gratuito se lo puede bajar desde cualquier máquina y grabarlo en un disco compacto, por ejemplo, que se puede reproducir por muy poco dinero y emplear de cualquier modo que resulte eficaz.

Es cierto que el docente debe encontrar la manera de ingeniarse para trabajar, si tiene solamente una, dos o tres computadoras (o ninguna). Los chicos pueden turnarse para usar las máquinas o compartirlas sin llegar a molestarse. En general, puede decirse que dos chicos por computadora, que se lleven bien y cooperen entre ellos, puede ser una muy buena solución. El chico, solo ante la máquina, puede ser una variante aceptable, pero no nos parece nada óptimo si esto excluye la comunicación. El docente puede hablar con sus alumnos, pero también dejarlos en libertad, cuando los niños están trabajando por cuenta propia, en el nivel en que puedan y quieran hacerlo.

Es normal que los niños, ante esta propuesta, actúen en grupos reducidos o que la clase sea un único grupo, donde todos participan e interactúan. La historieta de “Multiplicar es divino” muestra a chicos que trabajan solos o en grupos, pero que también atienden lo que dice su maestra o pasan a trabajar a la pizarra. Los niños pueden tener ordenadores en sus casas o disponer en muchos casos de la posibilidad de visitar un “cyber”, lo que extiende las alternativas de trabajo y no las confina a las paredes del aula o de una sala de computación. El cyber, a pesar de lo que muchas personas puedan pensar en contrario, puede ser (ya lo es, en los hechos) un lugar complementario del trabajo escolar, como puede y debe serlo también el hogar.

En la computadora aparecen páginas con ejercicios para imprimir, que se entregarán a cada niño o grupo. Si no hay impresora no es difícil copiar las hojas a mano, cosa que los mismos chicos pueden hacer. Las hojas tamaño A4 que se emplean están preparadas, en la casi totalidad de los casos (salvo la página final) para ser partidas y empleadas como lo hacen corrientemente los maestros, para pegarlas en los cuadernos y copiar en ellos los ejercicios.

Algo que constituye una parte ardua de la tarea es conseguir la memorización de las tablas. Hay mil maneras de hacerlo, incluso en los recreos, preguntando un producto, al azar: ¿ 5×8 ? Los chicos que están acostumbrados a trabajar con nosotros no se van a enojar ni sobresaltar: para ellos juego y trabajo son una misma cosa. Es muy fácil, en clase, preguntar las tablas en cualquier orden, a todo el grupo. Sin necesidad de marcar diferencias nos encargaremos de registrar interiormente el nivel de aprendizaje de cada chico, lo que nos permitirá poner en acción las estrategias compensatorias necesarias. Los chicos, actuando en estas condiciones, suelen tomar conciencia de sus progresos y expresarlos: “sé todas las tablas hasta la del 5, pero la del 6 todavía me cuesta”. Como todo el desarrollo del programa está pautado para el “paso a paso” no cuesta esperar las respuestas de los chicos antes de apretar “continuar”.

Enseñar a multiplicar no significa abandonar la suma y la resta, Se suele hablar mucho del dominio de las tablas de multiplicar, pero poco de las de sumar y restar. El dominio memorístico de las tablas de adición y sustracción es fundamental, de modo que nuestros niños, poco a poco, deberán fijar, si todavía no lo han hecho, operaciones como $7 + 8$ ó $9 - 7$, por ejemplo. Para todo esto no impediremos el uso de los dedos,

(¡nosotros, adultos, también a veces los usamos!) pero haremos todo lo posible para que sean progresivamente abandonados.

Enseñanza individualizada; trabajo grupal

“Multiplicar es divino” se presta para diferentes formas del trabajo escolar (pero también extraescolar, en los cyber, en el hogar). Por su misma estructura favorece los aprendizajes individuales lo mismo que el trabajo grupal, según lo permitan o recomienden las diferentes situaciones que se vayan presentando.

No pondremos límites al chico o chicos que quieran avanzar por su cuenta, lo que constituye una forma de trabajo individualizado. Ese mismo niño se puede constituir en un referente o un auxilio para los que encuentren dificultades de cualquier tipo, lo que nos lleva a una forma de las muchas actividades grupales posibles. Es fácil comprender que las variantes son múltiples y que pueden adoptar las formas más diversas. Aquí está en juego la creatividad, del maestro y también de los chicos.

Aprendizajes imperceptibles

Empleamos el adjetivo “imperceptibles” para designar a los aprendizajes que se reconocen porque pueden hacer creer, siquiera fugazmente, que no hay avances entre unos y otros o que son muy pocos. Se puede decir que tratamos de plantear y desenvolver una didáctica de lo imperceptible, que hace del aprendizaje un asunto donde el crecimiento se nota cuando los desarrollos finales son importantes, pero no tanto en las fases intermedias. En los ejercicios, que progresan en dificultad de una manera muy lenta y pautada, se puede ver una clara señal de esto. No cuesta mucho, por otra parte, multiplicar la ejercitación propuesta y también es fácil lograr que los chicos colaboren en extenderla.

Los aprendizajes imperceptibles no se limitan al tema de la multiplicación, por supuesto, y son aplicables a todas las formas y asuntos de enseñanza, en todos los niveles. Cuando se consiguen aparecen las condiciones para que los chicos puedan avanzar por su cuenta o con apoyo docente, pero sin padecer los malos ratos que se producen cuando algo no se entiende o demora mucho en ser comprendido.

Una situación problemática

“Multiplicar es divino” comienza con una historieta que plantea una situación problemática, en la cual una nena, Mariana, charlando con un compañero, nos cuenta que quiere vender sus viejos libros de cuentos para comprar otros nuevos. Los libros son nueve y costaron 20 pesos cada uno. Supone, además, que es posible venderlos por 17 pesos. Los dos niños saben sumar y encolumnan los nueve sumandos 17, para intentar la adición. Aparecen entonces los dos monos, que toman a su cargo la tarea, poniendo a

la vista lo difícil que es realizar sumas como ésta y mostrando lo importante que es aprender en la escuela otra operación, que evita esas dificultades.

La historieta se va desarrollando, entrelazada con los videojuegos y ejercicios progresivos, de avances mínimos. Se inicia en la casa de Mariana, pero la mayor parte de sus acciones se produce en la escuela, donde una maestra virtual interactúa con las maestras y los chicos reales.

El videojuego de las caritas

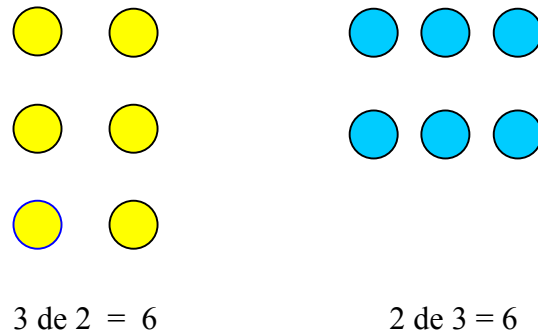
“Multiplicar es divino” está fundamentado, como queda dicho, en las teorías e investigaciones experimentales de Jean Piaget (1896-1980). Piaget se ocupa, en algunos lugares de su vasta obra, aunque no como tema central, del problema de la multiplicación. Él no fue, estrictamente hablando, un educador ni un teórico de la educación, pero de todos modos nos dejó ideas esenciales para resolver el problema de los aprendizajes. Encara la multiplicación (aunque tampoco como objetivo primordial), en el tercer capítulo de uno de sus libros¹. El capítulo se llama “La construcción de los múltiplos comunes”.

El problema de los múltiplos comunes (que aplicamos en el primer videojuego, el de las caritas) consiste, en la versión de Piaget, en construir cantidades iguales de fichas de colores distintos, que pueden ser azules y amarillas, tomando siempre a las amarillas de a dos a la vez y a las azules de a tres a la vez. Lo más simple que se puede hacer consiste en tomar 3 de 2 y 2 de 3, igualando en 6. *Si el niño lo logra se le pregunta si lo puede hacer de nuevo. También se le dice si lo que hizo se puede repetir siempre y con cantidades más grandes.* (estas preguntas son fundamentales para conocer el nivel evolutivo del niño). En el videojuego hay dos posibilidades más (6 de 2 y 4 de 3 = 12 y 9 de 2 y 6 de 3 = 18). Con las fichas todo depende del número de piezas que se tengan a mano. Lo esencial consiste en que el niño descubra que el problema se resuelve compensando siempre a razón de 3 montones de unas por 2 de las otras. Es buena idea tomar apuntes o grabaciones de cualquier tipo de lo que los chicos hacen y dicen, para tener registros comparativos acerca de su nivel evolutivo. Es interesante señalar que los más chicos (4-5 años) pueden llegar a igualar en 6 y 6 (3 de 2 y 2 de 3), por simples tanteos, como veremos de inmediato, y creer, a pesar del éxito, que se trata de algo que no se puede repetir.

Resulta evidente que en el juego de las caritas (o de las fichas) está implícita la multiplicación, aunque no se hable de ella en un principio. Las expresiones son todavía previas: 6 de 2; 4 de 3, o también 6 veces 2, 4 veces 3, lo mismo que 6 montones de 2, etcétera.

Los chicos pueden colocar las caritas (o las fichas), de diferentes maneras. Suelen ponerlas espontáneamente en filas o columnas y contarlas.

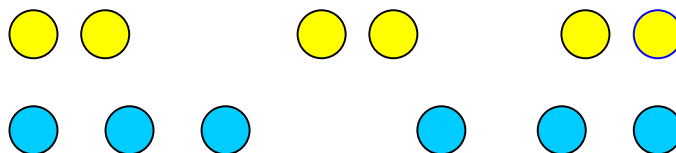
¹ Investigaciones sobre la abstracción reflexionante. Tomo I. Capítulo II. Huemul. Buenos Aires. 1979.



La experiencia muestra que hay, entre los niños, diferentes niveles de evolución, desde los 4-5 años en adelante (antes de esa edad no suelen entender la consigna). Piaget separa niveles, según distintos estadios de desarrollo. También nos muestra los interrogatorios detallados de algunos chicos, a los cuales identifica con unas letras, dándonos la edad, en años y meses.

En los interrogatorios de Piaget hay un punto de detención, cuando el niño no parece capaz de avanzar más. Nosotros no lo obligaremos a seguir, pero no se lo impediremos si quiere hacerlo, aunque se equivoque. Ninguno de los chicos examinados por Piaget fue obligado en ningún momento a hacer nada y la invitación para jugar con fichas no encontró jamás rechazos, lo mismo que sucedió, por otra parte, en todas sus investigaciones. Estas mismas situaciones deberían ser una característica permanente de nuestro trabajo.

Las respuestas de los niños de un mismo estadio evolutivo se parecen, tienen características similares, aunque no sean idénticas. Piaget se refiere a un primer nivel que llama IA y nos muestra, entre otros, el interrogatorio de un niño de 5 años y 6 meses al que llama Pat. Pat pone “montones” de 3 y de 2, de acuerdo con lo pedido, sin ningún plan ni conciencia del posible resultado.



Con dos “montones” de tres fichas y tres de dos fichas se obtiene lo mismo (seis unidades)

Las reacciones de Pat son interesantes (además de totalmente típicas para su nivel evolutivo), porque el resultado se le presenta como una sorpresa, como algo imposible.

“¡Las dos iguales!” “¿Cómo se hace?” “¡Yo no lo sé!”. Se le pregunta si se podría volver a hacerlo. “No, no lo creo”. Lo intenta por segunda vez y vuelve a asombrarse. No se acuerda del número de veces que tomó fichas amarillas y azules. Ha procedido tanteando y ha acertado. Esta es una reacción característica de los más chicos y resulta común encontrarla (aunque no sea obligatorio que esto suceda, porque estamos tratando con criaturas, que aunque muestren conductas similares no son necesariamente idénticas). El asombro de Pat y de los niños de su nivel de desarrollo tiene que ver con el hecho de que les parece imposible igualar partiendo de cantidades distintas (3 y 2).

Se le pide a Pat que recomience la tarea, con encargo especial de prestar mucha atención a lo que hace y explicarlo. Vuelve a realizar lo mismo y asegura que tomó cuatro veces de unas y cuatro de las otras, lo que obviamente es falso.

En un nivel más alto aparecen niños que llegan a tener conciencia de la cantidad de veces que tomaron dos azules y tres amarillas. Las etapas de mayor evolución corresponden, en general, a edades mayores, aunque esto no sea obligatorio, porque pueden aparecer chicos de muy pocos años con respuestas muy evolucionadas.

Podemos ver otro caso:

Nad (6; 2)

Asegura que es imposible hacerlo, “porque en un lado hay dos y en el otro tres”. Pone tres veces dos azules (seis) y luego cuatro veces dos amarillas (ocho) y las cuenta, reconociendo su error. Después opta por dos veces tres amarillas y tres veces dos azules (seis y seis), lo que es correcto. Tras el éxito recomienza, pero tomando alternativamente dos azules y tres amarillas cierta cantidad de veces, sin contarlas. Comienza de nuevo, para estar segura. En un momento dado, confundiendo la cantidad de traslados con el número de fichas, afirma haber realizado seis “viajes” para cada color. Después de muchas vacilaciones, a lo largo de un extenso interrogatorio, concluye por reconocer que ha tomado tres montones de dos y dos montones de tres. Sin embargo, responde negativamente cuando se le pregunta si podrá continuar así.

Nad, aunque llega a corregirse, afirma que tomó seis montones para cada uno de los colores. *Con esto muestra, a pesar de hallarse en un nivel evolutivo algo superior al de Pat, que no hay diferenciación, para ella, entre los “montones” y las “fichas”*. Se le pregunta si se podría continuar de la misma manera y contesta que no. Es fácil comprender lo que esto significa para el desarrollo de las nociones elementales referidas a la multiplicación.

Pueden observarse, en este caso y en muchos otros, los laboriosos tránsitos que permiten a los niños pasar de los tanteos a las soluciones que se obtienen sin necesidad de ellos. En un momento determinado del desarrollo evolutivo el chico no necesita investigar nada ni realizar ningún ensayo previo, porque las soluciones correctas se le presentan desde la primera observación de los materiales. Procede sin vacilaciones y explica correctamente lo que hace.

Solamente alrededor de los 9-10 años (lo que es especialmente importante si se tiene en cuenta que la escuela suele iniciar la enseñanza de la multiplicación a los 7 u

8) *el problema de las fichas o el de las caritas son resueltos en forma prácticamente inmediata.*

Piaget señala, en la introducción del libro comentado, las “sorprendentes dificultades que el niño halla para comprender la significación de las multiplicaciones más que simples de la experiencia de los múltiples comunes”. Y apunta que aunque sus trabajos no conllevan intención pedagógica alguna “el conocimiento de las reacciones de los escolares que se describen en esta obra podría tener utilidad pedagógica”.

Se puede comentar esta frase diciendo que realmente la tiene y que su no consideración determina un punto de crisis en la enseñanza de nivel primario, a partir del cual puede comenzar a instalarse el rechazo hacia la matemática entera. Y se pueden agregar algunas consideraciones más. No solamente tienen algunos niños pequeños dificultades para comprender el concepto de producto. Todos, prácticamente sin excepción, encuentran problemas para memorizar las tablas, lo que no es algo evolutivo sino mayoritariamente de retención, y que a veces perdura hasta la vida adulta. Algunos “trucos” se muestran en “Multiplicar es divino” para enfrentar esto, basados en los conceptos asociados a la multiplicación.

Cuando las fichas se mueven por “montones” los grupos que se desplazan no poseen ninguna característica distintiva. Cuando decimos “n veces x” las “x” son las fichas, de distintos colores. Pero “n” son las acciones que el sujeto realiza para cumplir con lo pedido. *El problema de los más chicos consiste en la dificultad que tienen para tomar conciencia de “n”, es decir del número de traslados que producen.* “La adición como tal –señala Piaget- no presenta problemas en la medida en que es la acción constructiva más elemental. Así, en nuestro problema de las fichas, los sujetos de 4-5 años proceden inmediatamente a realizar agregados sucesivos de los montones de a dos y de a tres, pero no tienen conciencia alguna de la cantidad de veces “n” que agregaron “x”, de dos o de tres”.

El párrafo que sigue ayuda a definir, con especial precisión, la naturaleza exacta de este muy particular problema. “Es manifiesta –nos dice- la existencia, en los niveles más elementales, de una completa falta de comprensión de la multiplicación, que no es ni siquiera una adición de adiciones, sino una simple sucesión de adiciones, lo que no es en modo alguno lo mismo”. Puede observarse la sutileza de la diferencia y también es posible entender por qué tantos chicos suelen confundir la multiplicación con la suma después de haber recibido explicaciones correctas. “Multiplicar es divino” procede de un modo especialmente pausado y ordenado, esto es, imperceptible, apoyándose en el desarrollo natural de los niños y dándoles ocasiones para avanzar o retroceder, si lo desean, justamente gracias a ese proceder “paso a paso”.

La escuela no tiene normalmente en cuenta todo esto y comete un serio error al ignorarlo, lo que puede abrir el camino al error y al fracaso. La matemática no es obligatoriamente aborrecible mientras se sepa qué corresponde hacer, en todo instante, para que los niños no lleguen nunca a sentirla así.

Los chicos nos muestran, con sus comportamientos en este primer videojuego, el nivel de evolución en que se encuentran. Cualquiera sea ese nivel, que nos puede servir de referencia, “Multiplicar es divino” está concebido para que el niño pueda seguir avanzando y aprendiendo, actuando en grupos o de manera individual y dando pasos

ordenados en su crecimiento evolutivo, gracias a las condiciones que creamos para que lo hagan.

Lo corriente es que los niños vayan eligiendo espontáneamente los trabajos, justamente en el momento en que sus propios intereses y posibilidades les permitan realizarlos, si se les da la oportunidad de hacerlo.

Como lo señalamos siempre, estamos dispuestos para atender consultas, en la dirección de correo germanrgomez@yahoo.com.

Las secciones que siguen intentan aclarar un poco más el panorama.

Nota 1

La siguiente nota periodística puede ayudar a comprender mejor lo que aquí se propone.

Hacia una revolución en el aprendizaje

POR GERMAN GOMEZ

PARA LA NACION

Desde el sitio de Internet "Multiplicaresdivino.com" se puede bajar, para su uso libre y gratuito, un material (disponible también en CD) destinado a la enseñanza de la multiplicación elemental. Ese material consiste en videojuegos matemáticos, entrelazados con actividades escolares y una historieta en la que intervienen alumnos de una escuela con su maestra, junto a dos divertidos monos. Aparecen allí, subyacentemente, planteamientos vinculados con la posibilidad de producir una revolución pedagógica de muy amplios alcances. También se encuentran, de modo explícito, técnicas especiales que facilitan el avance permanente y exitoso entre los aprendizajes, logrando resultados bastante diferentes de los usuales.

Los maestros suelen explicar a sus alumnos que 2×3 da el mismo resultado que $2 + 2 + 2$. Ellos acostumbran a dar por sobreentendida una generalización ($6 + 6 + 6 + 6 = 6 \times 4$; $8 + 8 + 8 = 8 \times 3$, etcétera) que es evolutivamente tardía. Este material propone reiteradamente sumas de sumandos iguales y sus productos correspondientes, como si los chicos tuvieran problemas para entender equivalencias que se nos presentan, a nosotros adultos, como obvias e inmediatas. Algo muy desconcertante se produce cuando un niño, aparentemente bien enseñado, pregunta "si es de más o es de por" un problema que se resuelve con una multiplicación como 6×4 o propone como respuesta $6 + 4$, asunto conocido por los maestros y del cual se han ocupado varios estudiosos. La multiplicación elemental es uno de esos puntos de inflexión en los cuales los niños pueden empezar a perder el amor hacia la aritmética y

hacia la escuela que les viene desde el Jardín para acabar odiando a ambas, como lo hacen generalmente los adolescentes.

El primer videojuego parte de una investigación de Jean Piaget (1896-1980). En ambos costados de la pantalla del monitor aparecen caritas dormidas, rojas y verdes, que el niño puede desplazar hacia el centro con la ayuda del *ratón* (Piaget empleó fichas). La consigna es formar cantidades iguales, tomando las verdes de a 2 y las rojas de a 3. En estas condiciones solamente se puede lograr lo pedido con múltiplos comunes (2 de 3 = 6 y 3 de 2 = 6 ó 4 de 3 = 12 y 6 de 2 = 12, etcétera), sin necesidad de que los chicos sepan decir lo que es un múltiplo. Si los niños arman grupos iguales de caritas ya despiertas el programa los felicita, para seguir después su desarrollo, y si esto no ocurre les sugiere la consulta con su docente, con un padre o con los compañeros. Los niños, sorprendentemente, no resuelven este problema, que conduce de manera directa hacia la multiplicación, hasta una edad que está, en promedio, entre los 9 y los 10 años.

Los objetivos de Piaget no estuvieron fundamentalmente dirigidos a la escuela sino a la *epistemología genética*, una ciencia de su creación que estudia la forma en que nacen y se desarrollan los conocimientos, en el individuo y en la historia. La epistemología o teoría del conocimiento es una antigua rama de la filosofía a la cual Piaget le dio un curso distinto, haciéndola genética al analizar las respuestas de niños y adolescentes ante centenares de variados problemas. Esa tarea, simultáneamente experimental y teórica, está presente en su producción bibliográfica, de una importancia realmente excepcional.

En el problema de los múltiplos comunes hay una dificultad evolutiva muy sutil, que la escuela ignora. Piaget consideró la ya conocida *abstracción empírica*, que nos permite aislar la cualidad azul, por ejemplo, a partir de la observación de los objetos que tienen ese color. Pero también descubrió algo antes desconocido, la *abstracción reflexionante*, fuente, según sus trabajos, de la lógica y de la matemática. Esta muy particular abstracción (cuyo nombre puede desorientar) no brota de las cualidades de los objetos sino de nuestras acciones sobre ellos. La multiplicación se obtendría, por abstracción reflexionante, de la toma de conciencia del número de veces que se reúnen grupos de objetos, esto es, “n veces x” a partir de “unidades x”. Investigaciones recientes, realizadas en la ciudad de Buenos Aires y algunas localidades vecinas replicando las originales de Piaget, confirman sus resultados y muestran también que la edad evolutivamente más adecuada para aprender a multiplicar se encuentra, en promedio, entre los 9 y los 10 años, mientras la escuela plantea esa operación a los 7-8. La génesis de la multiplicación en el niño se puede entender como un ejemplo más de todos los hechos que se explican, según Piaget, dentro de lo que él llama la *reversibilidad* de la inteligencia. “Multiplicar es divino” procura, entre otras cosas, impulsar la aparición y el desenvolvimiento del tránsito que lleva desde la suma de sumandos iguales a la multiplicación (y recíprocamente) con el concurso de fenómenos de reversibilidad que se van desarrollando en forma muy progresiva y dan origen a procesos de estructuración del conocimiento cada vez más amplios.

El sitio de Internet propuesto intenta mostrar que es posible usar técnicas especiales para alcanzar resultados excelentes apoyando la evolución natural, incluso con niños que no se han transformado todavía como para superar sin ayudas las dificultades propias del paso entre la suma y la multiplicación o, lo que es equivalente (dicho en estricto lenguaje piagetiano), para construir una operación a partir de la otra. No es necesario, por lo tanto, modificar los currículos ni las edades de los aprendizajes. Tampoco es obligatorio disponer de computadoras, pues los mismos objetivos se pueden lograr con recursos tradicionales.

Una disciplina es una ciencia si es capaz de explicar sus hechos, preverlos, señalar causas y efectos, plantear hipótesis, probarlas. Se prolonga en una técnica si el saber teórico proporciona herramientas para el trabajo en algún campo. Tal vez estemos en los comienzos de una revolución con capacidad para generar una ciencia del aprendizaje. Entiendo que se encuentra a nuestro alcance en toda la obra

piagetiana, como intento justificarlo en mi libro “La escuela, un paraíso posible” (Homo Sapiens, 2008). En Piaget están las claves para determinar el punto exacto del desarrollo intelectual de cualquier niño o adolescente y también las herramientas adecuadas para lograr que crezcan sus aprendizajes de una manera estrictamente científica y totalmente eficiente, con capacidad para acabar con todo lo que hoy nos inquieta y preocupa en esa materia.

Una revolución se producirá cuando la escuela logre adaptarse a sus alumnos y no al revés, como suele hoy suceder, a fin de que puedan aprender en un lugar paradisíaco donde el fracaso y el sufrimiento inútil hayan pasado totalmente al olvido, para beneficio y celebración de un mundo que será distinto. Piaget, cuestionado, malinterpretado, y también ignorado por ciertos estudios modernos, puede encontrar nuevas confirmaciones a través de estas propuestas. Es muy probable también que las modernas neurociencias resulten, en un futuro no lejano, las encargadas de probar, por una vía paralela pero distinta, el carácter rigurosamente científico de todos sus trabajos.

Nota 2

Una referencia más, que también puede ayudar a comprender mejor el problema, es el siguiente trabajo. En el mismo se presentan algunos conceptos ya considerados, enlazándolos a otros vinculados con ellos.

La escuela debe prolongar el desenvolvimiento natural, aplicando fundamentos científicos

La multiplicación elemental como ejemplo

Por Germán Gómez

Ciertos errores especialmente llamativos que cometen los niños cuando se intenta enseñarles a multiplicar merecen ser analizados con cuidado. Esos errores se advierten en preguntas que suelen formular los chicos después de una enseñanza supuestamente correcta, inquirendo si “es de más o de por” ($12 + 5$ ó 12×5), un simplísimo problema como “¿cuánto hay que pagar por 5 cuadernos de 12 pesos cada uno?”

Este asunto es solamente un ejemplo de algo absolutamente general, que afecta a la tarea educativa en su totalidad y cuya solución necesita apoyarse en fundamentos teóricos confiables. Para encararlo, es necesario tomar en cuenta el desarrollo natural de las criaturas, como la teoría lo muestra. Se analizan aquí las consecuencias didácticas de esta situación, presentando experiencias realizadas con niños que concurren a escuelas públicas comunes.

Se presentan aquí ideas para la tarea escolar que a muchos pueden parecer ridículas, pero que están rigurosamente fundadas en la teoría. Esto es lo que sucede cuando aquí se recomienda, por ejemplo, mantener en la enseñanza inicial de la multiplicación, todo el tiempo que sea necesario, parejas de sumas y multiplicaciones equivalentes, como pueden ser 7 sumandos 6 y 6×7 , a través de situaciones que lleven de una operación a la otra y viceversa. Aunque parezca sorprendente los más pequeños no suelen entender que se trata de lo mismo, puesto de dos maneras diferentes:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 42 \quad \text{y}$$

$$6 \times 7 = 42$$

Los niños de 7-8 años pueden fracasar cuando se les pide que presenten la suma de sumandos iguales ante la multiplicación correspondiente o viceversa. Esto parece poco creíble si se produce después de una enseñanza aparentemente adecuada. Puede probarse, sin embargo, que muchas veces es necesario mantener este juego de “ida y vuelta” entre sumas y multiplicaciones durante largo tiempo, hasta que los mismos chicos lo abandonen espontáneamente. También se comprueba que las respuestas correctas suelen tardar bastante en aparecer, como característica propia de procesos que son más difíciles de lo que se suele suponer.

El uso sistemático y reiterado de sumas y productos equivalentes puede parecernos poco sensato, porque nuestro pensamiento adulto reconoce como innecesario repetir lo que visualiza como algo completamente general. Es justamente esa generalización lo que los niños de menor edad no siempre están en condiciones de realizar, aunque nos resulte problemático admitirlo. Las dificultades de la generalización, en todas sus formas y campos de aplicación, constituyen un problema que aparece ampliamente en los tiempos evolutivos infantiles y el ejemplo tomado aquí como referencia es uno entre muchísimos otros, de similares características.

El dominio de este asunto y de todos los que se parecen está ligado a un cambio en el desarrollo natural, no alcanzable por nuestra mera voluntad, pero que estamos en condiciones de acelerar si conocemos las vías que sigue el pensamiento infantil en su desenvolvimiento. Cabe apuntar que los más pequeños suelen aceptar estas operaciones equivalentes como si correspondieran a dos cuestiones ajenas entre sí, hasta el momento en que el descubrimiento de que se trata de lo mismo puede provocar que miren inquisitivamente al adulto, tratando de adivinar una posible broma.

Lo que aquí se propone tiene bases en la teoría, pero también se apoya en prácticas escolares y en investigaciones personales desarrolladas en las aulas y fuera de ellas. Algunas conductas infantiles, consideradas desde los orígenes de la escuela como errores incomprensibles, pueden entenderse tomando como base lo que en este trabajo se presenta. Es típica, en el caso de la multiplicación elemental, la pregunta que pretende saber, después de una enseñanza supuestamente satisfactoria, si es de sumar o multiplicar (“¿es de más o de por?”) un simplísimo problema que se resuelve con una única multiplicación como 6×4 , por ejemplo.

Los errores no dependen de meras desatenciones ni descuidos: están vinculados con la dinámica del pensamiento en evolución, que en determinados casos no puede alcanzar ciertos logros. También es cierto que esos escollos se superan normalmente con la evolución y el trabajo escolar, pero mientras duran pueden contribuir tempranamente a algo que es permanente en las relaciones de los chicos con la matemática y suele perdurar en el tiempo, que es el rechazo o hasta el odio hacia esa disciplina.

El objetivo aquí buscado es lograr que la actividad de los niños en el aula se apoye en el desenvolvimiento espontáneo, de una manera que todavía no se ha logrado en la medida necesaria. Cuando se consigue esa prolongación a la que alude el título de este artículo la continuidad se produce entre el desarrollo natural, generado al margen de la escuela, y el que se intenta generar deliberadamente, en ella o fuera de ella.

Al emplear las técnicas que en este trabajo se proponen es posible evitar muchos errores o incomprendiones que suelen aparecer en la enseñanza común, proporcionando a los alumnos los recursos necesarios para aprender sin innecesarios detenimientos y en un clima de satisfacción que hoy no estamos acostumbrados a encontrar. A los niños se les presentan las dificultades que sus inteligencias, en cada momento de su evolución, están en condiciones de superar. El respeto por esas condiciones convierte al aprendizaje en una tarea gratificante, que los niños visualizan como algo digno de dedicarle sus esfuerzos, a diferencia de lo que suele suceder generalmente en la escuela.

Las investigaciones personales comentadas en este trabajo se hicieron a lo largo de más de cuarenta años, en escuelas públicas, en ambientes familiares y en cuanto ocasión se mostró propicia para ponerlas en acción. No cuesta mucho, por otra parte, como consecuencia de la sencillez de los elementos necesarios y la simplicidad de las técnicas usadas, repetirlas todas las veces que se crea necesario.

Una comparación ilustrativa se puede hacer entre el aprendizaje escolar y la medicina. Las acciones médicas actuales se basan en un saber que en otros tiempos no existía. Los médicos de nuestra época no se dedican, por lo menos en los casos comunes y corrientes, a probar terapias o medicamentos, por lo menos en las enfermedades que son ampliamente conocidas. La diabetes, por ejemplo, es una enfermedad cuyas causas, consecuencias, complicaciones y evolución son ampliamente conocidas. Cualquier profesional de la medicina, aunque diste de ser una eminencia en lo suyo, sabe lo que debe hacer cuando se enfrenta con un caso de esa enfermedad. Más aún: buena parte de los conocimientos del médico ha pasado a ser dominio público para mucha gente interesada en el tema, que sabe cómo actúan el páncreas y la insulina o qué corresponde hacer ante situaciones de emergencia (hipoglucemias violentas, por ejemplo) o frente a hechos cotidianos (todo lo relacionado con la alimentación adecuada o la actividad física del paciente). La medicina de épocas pasadas, anteriores a la elaboración de la teoría que hoy la sustenta, se basaba en el ensayo y el error, que en ocasiones podían dar lugar a resultados positivos, pero sin que se pudiera conocer el por qué.

Se puede decir que otras situaciones parecidas se dan en variadísimos campos. Ningún industrial honesto espera que los productos de su empresa sean malos o defectuosos y hace todo lo posible para evitarlo. La escuela genera resultados negativos cada vez que un alumno no aprende lo que se ha intentado enseñarle o lo aprende mal,

mostrándonos que las metas no fueron logradas. También ella está obligada a producir éxitos y no fracasos.

En el campo de la educación el divorcio entre teoría y práctica es muy grande. Para poner a la vista ese desajuste basta con observar lo que se enseña en los institutos de formación docente o en las carreras universitarias de educación. En esas carreras se suelen presentar las teorías del aprendizaje existentes, por lo común contrapuestas y manteniendo relaciones no demasiado claras con lo que ocurre en la escuela. Es corriente que esas teorías sean presentadas como puntos de vista en un pie de igualdad con otros puntos de vista y no como el fundamento claro de la práctica pedagógica, salvo en cuestiones indiscutibles, pero por lo común demasiado genéricas (como la importancia, para el aprendizaje, de las interacciones grupales, por ejemplo).

En ningún caso encontramos en uso, por lo menos hasta el presente, teorías psicológicas o pedagógicas equivalentes a las que se pueden hallar en la medicina, donde el vínculo entre saber teórico y práctica profesional tiene una fuerza que en el campo del aprendizaje no existe. Por cierto que en la medicina hay numerosos terrenos inexplorados y también es verdad que los médicos pueden errar, pero existen datos inequívocos que certifican sus éxitos, como lo es el claro aumento de la expectativa de vida en los países que tienen buenos sistemas de salud y niveles de desarrollo económico aceptables.

Todo esto exige una revisión profunda de lo que hacemos en la escuela, si se pretende que ella se convierta en un lugar para los aprendizajes exitosos y la satisfacción de los niños que concurren a ellas y no para su sufrimiento, su fracaso o su castigo. Son muchas las cosas que están en juego en esto, porque una escuela deseada por los niños y vista como un sitio donde la actividad es placentera y productiva se halla bastante lejos de lo que suele ser típico en las aulas y puede ser un buen sustento para ambiciones educativas más amplias. La multiplicación suele ser uno de los motivos iniciales del sufrimiento escolar y uno de los primeros aprendizajes que suelen deparar malas notas o reproches, después del idilio de los años del parvulario o los primeros tramos de la escuela elemental.

El problema aquí comentado se presenta con escolares a los cuales se les han planteado situaciones concretas que llevan a sumas de sumandos iguales, enseñándoles que esas sumas se pueden reemplazar por una cuenta que se llama multiplicación y se simboliza con un signo determinado. Los libros de texto que nuestros alumnos de hoy emplean suelen presentar la cuestión con ejemplos ilustrados, donde se muestran, por ejemplo, 6 caramelos, cada uno de los cuales cuesta 5 centavos. Aparece, entonces, la suma $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$ y luego se explica cómo se la puede cambiar por el producto 5×6 . Esto se suele reiterar de diversos modos para afirmar la comprensión, pasando después a lo que es usual: diferentes problemas de complejidad creciente, el aprendizaje de las tablas de multiplicar, etcétera. Se está suponiendo que los destinatarios de estas enseñanzas pueden generalizar, a todos los casos equivalentes, lo que han comprobado con uno o más, cosa de la cual se puede comprobar que no se vuelve cierta hasta determinados niveles del desarrollo.

Cuando después de todas estas preocupaciones un chico de 7 u 8 años nos pregunta si ese simple problema que le proponemos se resuelve con una suma o una multiplicación podemos quedarnos perplejos, porque todo parecería indicar que nada se

ha hecho mal. Pensaremos tal vez que el niño no nos presta atención, que no se interesa y todo lo que se pretenda imaginar. Pero la explicación verdadera puede ser muy distinta, como lo acabamos de ver.

Objetivos

- 1) En este trabajo se pretende proporcionar una visión diferente de los procesos de enseñanza y aprendizaje en general, apoyándose en el análisis de un ejemplo escolar: la enseñanza inicial de la multiplicación aritmética. Ese ejemplo se constituye en una suerte de prototipo aplicable en muchos otros casos más.
- 2) Una meta central de esta investigación es proporcionar criterios de trabajo escolar que solamente en parte se parecen a los que hoy se aplican en las aulas, porque introducen técnicas que no tienen normalmente cabida en la escuela. Esas técnicas, que se apoyan en lo que el desenvolvimiento evolutivo natural nos muestra, no obligan a esfuerzos adicionales significativos a los docentes y son, para los niños, las ayudas esenciales para superar dificultades que a los adultos nos resultan difíciles de entender.
- 3) Un objetivo, derivado directamente del anterior, es amigar a los niños con la matemática, justamente en una época de la vida en que aparecen los primeros desencuentros y repulsas.
- 4) También se procura con esto conseguir clases, de variadas modalidades, en las cuales los intercambios particularmente enriquecedores sean parte obligada de la tarea pedagógica.
- 5) Lo que en este trabajo se propone puede ser extendido a otros sectores del aprendizaje, creando esquemas diferentes para atender los problemas de los niños, a fin de conseguir que sus logros en la escuela sean los mejores posibles, en ambientes donde las relaciones humanas más profundas son parte intrínseca de la vida en el aula.

Metodología

La metodología seguida tiene características que enlazan los fundamentos teóricos y el trabajo experimental de una manera particular. Dicha metodología se desarrolló en etapas, que se pueden describir siguiendo los pasos que fueron necesarios para llegar a darle forma.

- 1) El punto de partida se puede ubicar en mi tarea como docente (Germán Gómez), en una escuela primaria pública suburbana. Allí descubrí que muchos de mis alumnos de tercer grado mostraban dificultades insospechadas para entender la idea de producto. Esto me llevó a buscar las causas de errores que no parecían tener razón aparente, después de enseñanzas que creía absolutamente correctas.

- 2) Mi tarea como docente de este grupo, lo mismo que de muchos otros similares, continuó durante muchos años y en todos los casos me encontré con situaciones parecidas. Algunos de mis alumnos avanzaban sin problemas, mientras otros mostraban incomprensiones que yo no alcanzaba a entender.
- 3) A raíz de esto me preocupé por hallar, sin mayores resultados en una primera etapa, las causas del problema. Esto ocurrió hasta que la lectura de una investigación piagetiana terminó por mostrarme la razón profunda del problema.
- 4) Esa investigación me dio las pautas para comprender que estaba frente a un problema evolutivo, que no se resuelve solamente con aprendizaje, pues si bien éste es fundamental no basta, pues hacen falta cambios internos que pueden ser impulsados, pero no decididos por voluntad nuestra.

Experiencias de aula

En 1963 (y también en años siguientes) realicé experiencias en un segundo grado (actualmente tercero) de una escuela pública suburbana de la provincia de Buenos Aires (la número 39, del partido de La Matanza), intentando introducir a mis alumnos en la multiplicación, pero empleando criterios distintos de los usuales (los niños eran 27 en total, todos con edades comprendidas entre los 8 y los 12 años, siendo 22 los varones). En aquella época no había leído todavía a Piaget y todo lo que hice fue producto de mi intuición o de la lectura previa de los trabajos de algunos notables especialistas. La explicación que le di en ese momento a las dificultades que encontré en los niños, si bien no me parece hoy errada, está muy lejos de llegar hasta el fondo de las dificultades infantiles. A raíz de todo esto publiqué un artículo, en una revista pedagógica, para presentar mis experiencias y reflexiones (Gómez, 1964).

La mayor parte de mis chicos venía del grado anterior habiendo aprendido supuestamente a multiplicar hasta cinco, pero poco y nada de este aprendizaje podía verse en sus respuestas. Un grupo importante de mis alumnos estaba constituido por repetidores, que volvían a cursar el año no aprobado, cosa que confirma el hecho de que la repetición está muy lejos de ser un problema de nuestro tiempo, aunque en aquella época, si bien se la lamentaba, era un componente no excesivamente llamativo (¡y a veces valorado!) del avance del niño en la escuela.

El problema planteado fue: “¿Cuánto hay que pagar por 6 cuadernos iguales, cada uno de los cuales cuesta 28 pesos?” Al presentarlo a la clase no opté por “explicar” simplemente, pues permití a los niños la expresión libre de sus pensamientos y el ensayo de las soluciones que les parecían adecuadas, mediante el trabajo de todo el grupo escolar.

La mayor parte de los chicos opta por la suma: $28 + 28 + 28 \dots$ Dos niños encuentran, cada uno por su cuenta y en medio de gran agitación y alborozo, la alternativa de sumar $28 + 28 = 56$, repitiendo la misma suma tres veces para concluir con $56 + 56 + 56$. Puede observarse en esto la firme presencia de lo concreto en las acciones de estos niños, que necesitan ver las tres sumas escritas, a pesar de ser idénticas. Como prueba de que la situación no es comprendida por muchos chicos

aparece la suma $28 + 6$, que corresponde al *dilema* “es de más o de por”. Lo mismo se puede decir de otra suma que refleja un mismo grado de incomprensión (o peor): $6 + 28 + 28 + 28 + 28 \dots$ hasta repetir seis veces el número 28. No cuesta mucho comprender en qué medida están presentes, en estas conductas, si no se sabe actuar frente a ellas, los gérmenes del aborrecimiento hacia la matemática.

Uno de los alumnos repetidores presenta la cuenta 28×6 . Yo aprovecho la ocasión para mostrar al resto de los chicos que el compañero tiene la solución más fácil y rápida, la mejor de las soluciones posibles. Y les muestro que ese chico había hecho una cuenta corta, como todos lo pudieron apreciar, en lugar de la larga suma $28 + 28 + 28 \dots$, obteniendo el mismo resultado en mucho menos tiempo y con un esfuerzo también menor.

Conviene recalcar que el interés de todos los chicos es muy grande y que se manifiestan totalmente motivados por lo que les propongo. Uno de los niños se expresa de una manera más que interesante. Dice “¡Bah! Yo sé multiplicar”. Le pregunto por qué no propuso hacerlo y no contesta. La respuesta está implícita. Le enseñaron a multiplicar, pero él no fue capaz de reconocer que el problema propuesto se resuelve con una multiplicación.

La cuenta de multiplicar (28×6) está en la pizarra, escrita por uno de los repetidores. Yo intento explicarles lo que el compañero hace. Cuando multiplica 6×8 realiza algo igual a sumar 8 veces 6 y el producto 6×2 equivale a sumar 2 veces 6. Obtengo miradas inquisitivas y asombradas, llenas de interés, que intentan desentrañar el misterio, pero no avanzo mucho más.

Al día siguiente redoblo la apuesta, con un problema más difícil, porque requiere una cuenta más complicada, pero sin salir del mismo tipo: “¿Cuánto cuestan 12 pelotas a 24 pesos cada una?”. La mayoría vuelve a la suma, pero esta vez la cuenta es verdaderamente muy larga. Muchos repiten lo ya hecho, realizando sumas parciales, de diferentes maneras: $24 + 24$ repetida seis veces o también $24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24$, realizada dos veces. Uno de los repetidores, que evidentemente tiene todo muy claro, salvo el procedimiento de cálculo, que no ha retenido o no le ha sido enseñado, lamenta no saber la tabla de multiplicar del número 12. Otro de esos chicos propone 24×6 , porque sabe la tabla del 6. Hace la cuenta y obtiene correctamente el resultado. Pero sus raíces con lo concreto también son muy grandes y no vacila en escribir 24×6 de nuevo y repetir, de una manera que bien puede considerarse penosa, porque le cuesta hacerla, la cuenta que ya realizó! Finalmente, suma los dos resultados parciales y llega al valor total.

Varios de los repetidores reviven aprendizajes dormidos y realizan la cuenta directa, 24×12 , multiplicando de la manera usual. Los que no comprenden sino a medias lo que ocurre, que son los más pequeños (los que no han repetido el grado) copian con gran respeto la cuenta en sus cuadernos y quedan absolutamente convencidos de la existencia de un procedimiento maravilloso, que le da solución al problema.

En el trabajo comentado planteaba reflexiones acerca de lo que suele pasar cuando se produce lo que llamaba la “incertidumbre de los fines”. En aquella época yo estaba convencido de que uno de los grandes problemas de los niños pasa por no saber lo que se pretende de ellos, por depender de preguntas que formulan otros (los docentes,

en particular), pero no se proponen ellos mismos. La presentación del último problema comentado, que lleva a una cuenta que la mayoría no sabe hacer, me parecía una buena manera de abrir el campo intelectual de los chicos, generando en ellos auténticas preguntas.

Recordé un libro de Robert Dottrens, de quien mucho aprendí como docente, que se llama “La enseñanza individualizada” (Dottrens, 1947) En esa obra se comenta un trabajo de dos maestras de la escuela experimental del Mail, acerca de la multiplicación elemental. Lo que estas docentes proponían en aquel momento es lo que hoy se encuentra, de manera más o menos parecida, en cualquier libro de texto elemental: “Tú conoces las sumas ... 2 cerezas más 2 cerezas más 2 cerezas se puede hacer con una cuenta que se llama multiplicación: 2 cerezas x 3 = 6 cerezas”.

Mi crítica hacia esta presentación consistía en señalar que el niño no comprende por qué hace falta cambiar algo tan obvio y fácil como $2 + 2 + 2$ en 2×3 . Hoy podría repetir lo mismo, pero mi reflexión, después de haber leído a Piaget, marcha por senderos más complejos. Después de esa lectura puedo comprender que muchos de mis alumnos dieron el salto evolutivo que la comprensión del problema necesita. Otros, probablemente, se quedaron algún tiempo en el mero automatismo, practicando rutinas no necesariamente entendidas, hasta que produjeron el mismo cambio que los demás.

Los mismos problemas los volví a encontrar en todo el tiempo transcurrido desde aquella época hasta el presente. La concordancia entre las experiencias piagetianas y los hechos que pude observar es total.

Consecuencias didácticas

La consecuencia didáctica más importante que se deriva de estos análisis consiste en afirmar que los niños más pequeños necesitan apoyos especiales, que consisten en mantener presentes, hasta que ellos mismos las desechen, las parejas del tipo $7 + 7 + 7 + 7 = 28$ y $7 \times 4 = 28$. Todos los ejercicios que se puedan imaginar, basados en la equivalencia entre la suma de sumandos iguales y la multiplicación son apropiados, hasta el momento en que los niños mismos reconozcan la equivalencia y la inutilidad de hacerlos conjuntamente.

Los problemas matemáticos deben tener su fuente en situaciones de juego-ejercicio, como las que acabamos de ver, o en casos vinculados con asuntos reales que estén en el campo de los intereses infantiles. El dominio de las tablas de multiplicar, viejo problema de la escuela, se puede conseguir con el simple expediente de ampliar las situaciones de juego o recurrir a la informática, lo mismo que a la calculadora, sin necesidad alguna de que el interés decaiga o que las motivaciones se pierdan. Existen en la web numerosos materiales de interés, que pueden ser usados con excelentes resultados. Existen materiales de apoyo muy valiosos, como las canciones que se presentan para ayudar a los niños en la memorización de las tablas (es el caso de Julián Weich, por ejemplo) Huelga decir que todas las ocasiones en que se quiera o se pueda favorecer la creatividad de los niños serán bien recibidas y estimuladas.

Los cambios evolutivos pueden generarse rápidamente o demorarse bastante. Podemos hacer mucho para que se produzcan, pero no está en nuestras manos lograrlos a voluntad, pues dependen de transformaciones internas sobre las cuales podemos influir, pero no estamos en condiciones de producir según nuestros deseos. Resulta notable observar, en el curso de muchos interrogatorios, el salto de nivel evolutivo que hace comprensible lo que antes no se entendía.

Necesitamos una escuela del éxito y no del fracaso

“Multiplicar es divino” coloca al niño en el punto focal del aprendizaje, pues se lo pone en contacto directo con él, a través de una mediación docente que es mínima y hasta indirecta (los monos no son maestros, pero actúan de un modo que los hace partícipes de las adquisiciones).

Dentro de los límites que nos hemos impuesto en este trabajo los chicos comprenderán el concepto de producto y serán capaces de resolver cuentas de multiplicar por una cifra, además de simples problemas que se resuelvan con esa operación. Esto debe suceder para todo el mundo, aunque los tiempos puedan ser distintos y algunos alcancen las metas un poco antes que los demás.

Si todo marcha como está previsto no habrá errores o serán mínimos. Nos limitaremos a marcar de una determinada manera el error y los alumnos lo corregirán, para una segunda revisión. Lo que debe esperarse, finalmente, es una tarea gratificante para el niño, capaz de darle deseos de seguir adelante y no de rechazar la escuela y todo lo que en ella se hace. Los trabajos serán vistos por los padres y ellos compartirán la alegría con sus hijos. *Abominamos, de todas las maneras posibles, del fracaso escolar.*

El orden de las tablas

En este trabajo no seguimos el orden corriente en la enseñanza de las tablas (avanzando $\times 2$; $\times 3$; $\times 4$, etcétera). Arrancamos con la tabla del 2 y seguimos con la del 10, que si bien no es usual en los cálculos resulta muy útil para comprender el concepto de multiplicación y aclarar muchas dudas. Pasamos después a la del 5, luego a las del 4 y el 8, siempre tratando de que los chicos descubran los vínculos que hay entre ellas, lo que favorece el aprendizaje.

Memorizar las tablas

La tarea de memorizar las tablas es difícil. No resulta nada fácil retener los 90 tríos o tercetos de números que las forman (2, 7, 14; 4, 9, 36; 8, 7, 56) cosa que resulta muy evidente cuando observamos que los adultos solemos tener a veces tropiezos para recordar algunos productos.

Esos tríos de números están, de todos modos, relacionados, lo que permite hallar un valor a partir de los demás, como los monos lo muestran. Si no recordamos 9×9 podemos pensar que 9×10 da 90. Si a 90 le restamos 9 encontramos 81, que es el valor buscado. Hay muchos recursos, que el ingenio de niños y docentes puede poner en juego.

Cuándo enseñar

Aprender a multiplicar es una empresa que normalmente no se realiza en un único curso lectivo. Puede iniciarse en un grado y seguirse en el venidero, aunque de hecho suele durar más tiempo. En las condiciones aquí planteadas son los chicos los que tienen la última palabra y ellos mismos han de decidir hasta dónde quieren avanzar y cuándo prefieren detenerse y darse un descanso.

Bibliografía

Dottrens, Robert. (1948) *La enseñanza individualizada*. Kapelusz. Buenos Aires.

Gómez, Germán Rafael. (1964) *Experiencias con la multiplicación*. Revista de Educación de la Dirección General de Escuelas de la Provincia de Buenos Aires, Trimestre III.

Piaget, Jean. (1979) *Investigaciones sobre la abstracción reflexionante*. Huemul. Buenos Aires.

.
